Abstand eines Punktes von einer Geraden – Strategien gesucht!



**Ausgangssituation:** Gegeben ist ein Punkt P und eine Gerade g in einem räumlichen Koordinatensystem.

**Problem:** Wie kann man vorgehen, um den Abstand des Punktes P zur Geraden g zu bestimmen?

Aufgaben

1. Sammeln Sie in Ihrer Gruppe Ideen, wie man den Abstand bestimmen könnte.  
   Welche geometrischen Objekte (zum Beispiel Punkt, Vektor, Gerade, Ebene, Dreieck,   
   Viereck, Kugel) können dabei helfen?
2. Entwickeln Sie eine Strategie zur Abstandsbestimmung und beschreiben Sie diese Schritt für Schritt.
3. Führen Sie die entwickelte Strategie rechnerisch am Beispiel des Punktes P(1|2|3) und der Geraden durch.

**Hilfestellungen** (zum Ausschneiden)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Idee: Senkrechte Verbindung**   * Wähle einen allgemeinen Punkt Q auf g! Er hängt noch von t ab. * Der Verbindungsvektor   soll senkrecht zu g sein! * Das Skalarprodukt kann helfen! | **Idee: Kürzeste Verbindung**   * Wähle einen allgemeinen Punkt Q auf g! Er hängt noch von t ab. * Der Verbindungsvektor   soll möglichst kurz sein! * Eine quadratische Funktion kann helfen! | **Idee: Hilfsebene**   * Finde die Ebene, die P enthält und senkrecht zu g verläuft! * In dieser Ebene kann ein weiterer Punkt bei der Abstandsbestimmung helfen! |
| **Idee: Höhe im Parallelogramm**   * Ein Verbindungsvektor von P zu g spannt mit einem Richtungsvektor von g ein Parallelogramm auf. * Hat man den Flächeninhalt und eine Seitenlänge, so kann man  die Höhe im Parallelogramm  bestimmen! * Das Vektorprodukt kann helfen! | **Idee: Normalenvektor**   * Die Ebene, die P und g enthält, hat einen Normalenvektor. * Ein Verbindungsvektor von P zu g, soll senkrecht zu dem Normalenvektor und zu g sein! * Das Skalarprodukt kann helfen! | **Idee: Geradenschar**   * Es gibt eine Schar von unendlich vielen Geraden durch P, die senkrecht zu g verlaufen. * Diejenige Gerade der Schar, die g schneidet, kann bei der Abstandsbestimmung helfen! |
| **Idee: Berührkugel**   * Finde eine Kugel mit Mittelpunkt P, die g berührt! * Der Radius r dieser Kugel muss so gewählt werden, dass es nur einen Schnittpunkt mit g gibt. * Wissen über quadratische  Gleichungen kann helfen! | **Idee: Kugelschnittpunkte**   * Finde eine Kugel mit Mittelpunkt P, die von g in zwei Punkten getroffen wird! * Der Mittelpunkt dieser beiden Punkte kann bei der Abstandsbestimmung helfen! | **Idee: Orthogonalisierung**   * Ein Verbindungsvektor von P zu g kann in einen zu g parallelen und einen zu g orthogonalen Anteil zerlegt werden: * Ist ein Richtungsvektor von g, so gilt:      * Der Vektor kann bei der  Abstandsbestimmung helfen! |